

进气道激波串振荡的模态分解及快速预测

孙 斐, 苏纬仪, 侯 强, 王谋远
(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 为研究隔离段自激振荡现象,采用 2 阶时间和空间精度、非结构网格、剪切应力输运(SST) $k-\omega$ 湍流模型有限体积法程序对二元进气道在高反压下的非定常特性进行数值模拟,成功捕捉到激波串自激振荡现象,在此基础上利用本征正交分解(POD)和动力学模态分解(DMD)方法对其进行分析。结果表明:该自激振荡是低频主导、多频耦合的复杂振荡现象;基于本征正交分解和动力学模态分解构建的预测模型均能准确快速地预测出非定常流场的演变特性,预测误差小于 0.2%,前者耗时为 0.22 s,后者耗时为 0.05 s。

关 键 词: 进气道; 激波串; 自激振荡; 本征正交分解; 动力学模态分解

中图分类号: V211.3 **文献标志码:** A

Modal decomposition and rapid prediction of shock train oscillation for inlet

SUN Fei, SU Weiyi, HOU Qiang, WANG Mouyuan
(College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: To study the self-excited oscillation in the isolator, the unsteady characteristics of the two dimensional planar inlet were numerically simulated using the finite volume method program with time and space terms of the two-order implicit and upwind discrete schemes, unstructured grid, and shear stress transport (SST) $k-\omega$ turbulence model when the high backpressure was applied, and the self-excited oscillation of the shock train was successfully captured. On this basis, proper orthogonal decomposition (POD) and dynamic modal decomposition (DMD) methods were utilized to analyze the oscillation. The results showed that the self-excited oscillation is a complex oscillation phenomenon dominated by a low frequency and coupled with multiple frequencies. Both the predictive models based on the POD and DMD methods can accurately and quickly predict the evolutions of flow field with the prediction error less than 0.2%. The time consuming of the former and the latter was 0.22 s and 0.05 s, respectively.

Key words: inlet; shock train; self-excited oscillation;
proper orthogonal decomposition; dynamic modal decomposition

收稿日期:2020-08-10

基金项目:国家自然科学基金(11572155)

作者简介:孙斐(1996—),女,硕士生,主要从事内流气体动力学研究。

通信作者:苏纬仪(1979—),男,副教授,博士,主要从事内流气体动力学研究。E-mail:weiyi_su@nuaa.edu.cn

引用格式:孙斐,苏纬仪,侯强,等. 进气道激波串振荡的模态分解及快速预测[J]. 航空动力学报,2021,36(5):1040-1051. SUN Fei, SU Weiyi, HOU Qiang, et al. Modal decomposition and rapid prediction of shock train oscillation for inlet[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(5): 1040-1051.

隔离段作为吸气式高超声速飞行器推进系统的重要组成部分,主要起到将下游燃烧室产生的高温高压扰动进行隔离的作用,降低燃烧室对进气道的影响。隔离段内部的激波串结构是一种典型的激波/边界层干扰现象,许多学者对其进行了深入研究^[1]。然而至今为止,该现象仍有许多亟待解决的问题,其中以激波串非定常振荡特性最为突出。

隔离段激波串自激振荡是指在无外界激励的条件下,激波串发生前后振荡的非定常现象。该现象的存在使得隔离段流动参数产生脉动:出口处参数脉动对下游燃烧不利;壁面处压力脉动使得壁面承受周期性气动载荷,严重者会造成结构的疲劳断裂^[2]。此外,一旦激波串发生大幅振荡使其推出生进气道喉道时,进气道发生不起动,影响发动机稳定工作,甚至造成机毁人亡^[3]。

为进一步了解自激振荡现象,许多学者对其展开了相关研究。1974 年,Ikui 等^[4]对自激振荡现象进行了实验研究,研究发现第一道激波振幅总小于随后激波振幅。Su 等^[5]研究了反压对等直隔离段内非定常流动的影响,结果表明静压振幅最大位置发生在激波串前缘附近。熊冰等^[6]分析了管道扩张比对隔离段内激波串振荡特性的影响,结果表明折线隔离段更容易振荡。

尽管对激波串振荡现象的研究持续了几十年^[1-2,4-6],但迄今为止,其机理尚不完全明确^[7]。Ikui 等^[4]认为激波串自激振荡现象是由激波与激波上游超声速湍流中的小扰动相互作用引起的;Yamane 等^[8-9]认为下游产生的压力脉动向上游传播,进而引起激波串自激振荡;Sugiyama 等^[10]提出激波串的自激振荡是由第一道激波处分离区的不稳定性造成。

如今,数学领域的快速发展给这种强湍流、大分离、非定常的复杂流动提供了强有力的分析手段。另一方面,人们不仅需要揭示和认识激波串振荡现象,同时也希望能够发展实时精确的激波串前缘探测技术,为进气道不起动预警提供技术支持。

目前,激波串预测主要采用 Waltrup 和 Billig 提出的定常零维模型^[11]或基于变截面一维定常流理论^[12]。但是,这些方法不适用于激波串非定常运动过程,也不能精确捕捉激波串运动过程隔离段内部强湍流、大分离、非定常二维或三维流场结构。

模态分解方法的本质是寻找一组低维子空

间,将高维、大自由度复杂流场表示为这些子空间在低维坐标系上的叠加^[13]。该方法通过采用数据驱动的手段建立起一个简单的数学模型来表示该高维复杂系统的输入、输出关系,进而准确地捕捉原系统主要物理特征,即黑箱模型。

本征正交分解(proper orthogonal decomposition,POD)方法和动力学模态分解(dynamic modal decomposition,DMD)方法是两种典型的模态分解方法,目前已应用于集成电路检测、人脸修复、流固耦合、湍流分析等领域^[13-18]。然而,迄今尚鲜见到模态分解方法对进气道激波串振荡的研究报道。

为此,本文基于模态分解理论研究二元进气道隔离段内的激波串自激振荡现象。来流马赫数、静压和静温分别为 5、2 549 Pa 和 221.6 K,在出口施加 100 倍来流静压使其产生自激振荡,对该振荡进行模态分解,进一步了解其振荡机理,并据此建立激波串非定常振荡的快速预测模型。瞬时时刻为输入参数,相应的流场信息为输出参数,为激波串运动提供一种精确快速的预测手段。

1 物理模型、流场计算与快速预测方法

1.1 物理模型

为研究进气道隔离段内自激振荡现象,本文采用项目组设计的高超声速二元进气道模型作为研究对象,几何模型见图 1 所示,其总收缩比为 5.44,内收缩比为 1.53。

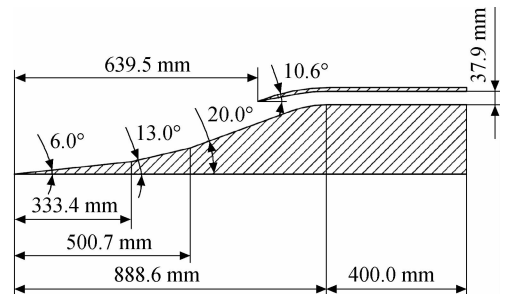


图 1 二元进气道示意图

Fig. 1 Sketch of the two dimensional planar inlet

该几何模型由 3 部分组成:外压缩段,内压缩段和隔离段。设计工况下,外压缩段内由 3 道楔板产生的 3 道斜激波汇交于唇口,来流经过斜激波压缩后进入内压缩段;内压缩段内的激波与膨胀波相交并反射,形成复杂的波系结构,气流进一步被压缩;内压缩段后连接等直隔离段,在高反压

条件下,隔离段内产生激波串结构。

1.2 数值模拟方法

本文选择基于雷诺时均的守恒型控制方程进行数值模拟,其表达式见式(1)所示。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial y} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{U}$ 为守恒变量, $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{G}$ 为无黏通量, $\mathbf{F}_v$ 和 $\mathbf{G}_v$ 为黏性通量。

为求解该流域控制方程,采用有限体积法对其进行离散。无黏通量采用2阶迎风通量差分分裂格式;黏性项通过修正平均梯度法进行计算得到,其中,层流黏度采用 Sutherland 公式进行计算,湍流黏度通过 shear stress transport (SST) $k-\omega$ 湍流模型计算。

选择无反压通流流场作为非定常数值模拟的初场,其中,对通流工况进行定常数值模拟,时间项采用1阶隐式格式;施加反压后,采用非定常数值模拟,时间项采用2阶隐式格式,时间步长选择 10^{-6} s,选择双时间推进方法。

图2给出了进气道模型的计算域与边界条件。AB、BC和AI为远场边界,具体数值按照来流马赫数为5、飞行高度为25 km来选取;CD和HI为自由出流边界,超声速条件下采用外推处理;DE、EF和GH为无滑移绝热壁面边界;通流工况下,FG为外推边界,施加反压后,FG为压力出口边界,本文中,出口压力大小为100倍来流静压。

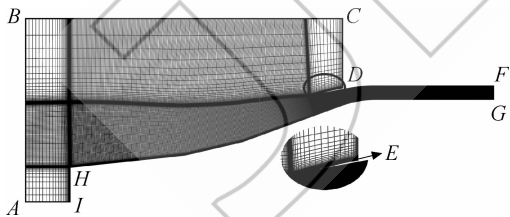


图2 进气道模型计算域与边界条件示意图

Fig. 2 Sketch of the computational domain and boundary conditions of the inlet model

1.3 快速预测方法

针对本文非定常数值模拟得到的流场结果,将其按照时间顺序 $[t_1 \ t_2 \ \cdots \ t_N]$ 进行排序,形成快照序列矩阵,即

$$\mathbf{u} = [\mathbf{u}^{(1)} \ \mathbf{u}^{(2)} \ \cdots \ \mathbf{u}^{(N)}] \quad (2)$$

式中 $\mathbf{u}^{(i)}$ 表示 t_i 时刻对应的流场。该流场可以是速度场,也可以是压力场或密度场,取决于所要分析问题。

1.3.1 POD 模态正交分解与重构方法

POD 方法,又称为 Karhunen-Loeve (K-L) 展开,主成分分析方法,是一种基于数据集的模态分解方法。自从 Bakewell 等^[19]将 POD 引入湍流,尤其是当 Sirovich 等^[16]将“快照”方法引入到 POD 中,成功解决了其最佳正交基由于维数过高等原因而造成的难以求解的问题之后,POD 得到了广泛应用。

为提高预测精度^[20],将瞬时快照序列矩阵进行处理,得到相应的脉动快照序列矩阵,即

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\mathbf{u}^{(1)} - \bar{\mathbf{u}} \ \mathbf{u}^{(2)} - \bar{\mathbf{u}} \ \cdots \ \mathbf{u}^{(N)} - \bar{\mathbf{u}}] \quad (3)$$

式中 $\bar{\mathbf{u}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{u}^{(i)}$ 为快照平均量。POD 方法的本质就是寻找一组最佳正交基 Φ ,使得 $\tilde{\mathbf{u}}$ 在其上的投影在最小二乘意义上最优,即

$$\min_{\Phi} \sum_{i=1}^N \|\tilde{\mathbf{u}}^{(i)} - \Phi \Phi^T \tilde{\mathbf{u}}^{(i)}\| \quad (4)$$

$$\Phi^T \Phi = \mathbf{I}$$

式中 $\|\cdot\|$ 为 Euclid 范数。该最小值问题可以通过奇异值分解求解。得到最佳 POD 基后,将 $\tilde{\mathbf{u}}$ 投影到该最佳基上得到相应的基系数。通过将 POD 基与相应的基系数进行线性叠加,即可重构出任一脉动快照流场,进而叠加快照平均量即可得到样本流场,此时,预测模型构建完成。

$$\mathbf{u} = \Phi \mathbf{a} + \bar{\mathbf{u}} \quad (5)$$

式中 $\mathbf{a}$ 为样本流场对应的基系数。

一般而言,用于重构流场的模态越多,重构精度越高,但相应的耗时也有所增加。在保证一定重构精度的前提下,所需耗时越短越好。基于模态“能量”的定义^[21],按照能量大小对模态进行排序,前几阶模态包含流场的绝大部分信息。因此,可以选取前几阶主要模态进行瞬时流场的重构。能量定义见下式所示:

$$E_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^N \lambda_i} \quad (6)$$

式中 λ_i 为相关矩阵 $\mathbf{R} = \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}}$ 的特征值。

1.3.2 非样本点径向基函数插值预测方法

由文中第1.3.1节可知,通过 POD 方法可以得到 POD 基和样本点内的基系数,但非样本点的基系数是未知的。插值 POD 方法就是通过建立基系数与自变量空间参数之间的函数关系,从而求得非样本点的基系数,进而预测出非样本点流场。

径向基函数 (radial basis function, RBF) 插值是一种以未知点与已知点之间的欧式距离为自

变量的准一维精准插值方法,在许多领域有着广泛的应用。本文采用 RBF 插值求解非样本点处基系数,可表示为

$$f(\mathbf{X}) = \mathbf{a} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{X}$ 是自变量空间参数,本文中特指瞬时刻 t 。基于已知信息,基系数可进一步表示为

$$\mathbf{a}^T = \mathbf{r}\mathbf{w} \quad (8)$$

式中 $\mathbf{r}$ 为径向基函数值矩阵,具体表达式见式(9)所示; $\mathbf{w}$ 为权重系数矩阵。

$$r_{ij} = \varphi(\|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j\|) \quad (9)$$

式中 φ 为径向基函数。径向基函数有多种选择,其中以高斯函数最为常用,表达式为

$$\varphi(\|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j\|) = e^{-c^2 \|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j\|^2} \quad (10)$$

式中 c 为形状参数。

1.3.3 DMD 模式分解与重构、预测方法

DMD 方法与 POD 方法类似,都是一种基于数据集的模式分析方法。该方法最早由 Schmid 提出^[22],用于从实验或数值模拟中提取流场动力学信息,分析潜在的流动机理或者获取低阶的动力学模型。

首先假设相邻瞬时刻之间的时间间隔是一样的,即

$$t_{i+1} - t_i = \Delta t \quad (11)$$

其次假设流场 $\mathbf{u}^{(i+1)}$ 可以通过流场 $\mathbf{u}^{(i)}$ 的线性映射表示,即

$$\mathbf{u}^{(i+1)} = \mathbf{A}\mathbf{u}^{(i)} \quad (12)$$

式中 $\mathbf{A}$ 为高维流场的系统矩阵,能够描述该动态过程的动力学特性。DMD 的目的就是提取其变换过程的主导特征值和特征模态。由于 $\mathbf{A}$ 的维数很高,直接求解困难大,因此,基于线性动力学假设,采用相似变换来进行 DMD 求解^[13]。

首先对式(2)中的流场快照矩阵进行处理,构建两个流场快照矩阵 $\mathbf{u}_1^{N-1}$ 和 $\mathbf{u}_2^N$,即

$$\mathbf{u}_1^{N-1} = [\mathbf{u}^{(1)} \quad \mathbf{u}^{(2)} \quad \cdots \quad \mathbf{u}^{(N-1)}] \quad (13)$$

$$\mathbf{u}_2^N = [\mathbf{u}^{(2)} \quad \mathbf{u}^{(3)} \quad \cdots \quad \mathbf{u}^{(N)}] \quad (14)$$

为了寻找高维矩阵 $\mathbf{A}$ 的相似矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}$,可通过对 $\mathbf{u}_1^{N-1}$ 进行奇异值分解得到,即

$$\mathbf{u}_1^{N-1} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (15)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{U}^H \quad (16)$$

式中 $\mathbf{\Sigma}$ 为对角矩阵,对角元素为从大到小排列的奇异值;矩阵 $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{V}$ 均满足 $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}$, $\mathbf{V}\mathbf{V}^H = \mathbf{I}$,其中 $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。为减少计算量,同时也是为了

降低噪声等影响,选择保留 R 个主要奇异值。矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}$ 的计算过程可视为 Frobenius 范数最小化问题,即

$$\min_{\tilde{\mathbf{A}}} \|\mathbf{u}_2^N - \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{V}^H\|_F^2 \quad (17)$$

因此,可以将 $\mathbf{A}$ 近似为

$$\mathbf{A} \approx \tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{U}^H \mathbf{u}_2^N \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^{-1} \quad (18)$$

记 $\tilde{\mathbf{A}}$ 的第 j 个特征值为 μ_j ,第 j 个特征向量为 $\mathbf{D}_j$,则第 j 个 DMD 模态 Ψ_j 可表示为

$$\Psi_j = \mathbf{U}\mathbf{D}_j \quad (19)$$

此时,该模态对应的增长率 g_j 和角频率 ω_j 分别为

$$g_j = \text{Re}\{\ln \mu_j\} / \Delta t \quad (20)$$

$$\omega_j = \text{Im}\{\ln \mu_j\} / \Delta t \quad (21)$$

通过以上 DMD 方法,可以提取出流场的动力学模态,进行流场有关流动机理的研究。此外,还可以获取低阶动力学模型,进行流场重构。定义模态振幅 α 为

$$\alpha = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{u}^{(1)}, \quad \alpha = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_R]^T \quad (22)$$

式中 $\mathbf{D}$ 为列向量为 $\mathbf{D}_j$ 的矩阵; α_i 为第 i 个模态的振幅,代表了该模态对初始快照 $\mathbf{u}^{(1)}$ 的贡献。此时,基于 DMD 方法的预测模型搭建完成,快照序列 $\mathbf{u}_1^{N-1}$ 为

$$\mathbf{u}_1^{N-1} = [\Psi_1 \quad \Psi_2 \quad \cdots \quad \Psi_R] \begin{bmatrix} \alpha_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \alpha_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \mu_1 & \cdots & \mu_1^{N-2} \\ 1 & \mu_2 & \cdots & \mu_2^{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \mu_R & \cdots & \mu_R^{N-2} \end{bmatrix} \quad (23)$$

此外,为得到任意时刻流场的演变特性,可以借助于各个模态的特征值进行流场预测。

2 流动及预测方法验证

2.1 流动验证

为验证本文采用的数值方法的可信度,首先利用文献[23]中隔离段长度为 79.3 mm 的进气道进行定常算例验证。图 3 给出了其相应的计算域和边界条件。AB、BC 和 AI 为远场边界,其来流马赫数、总温、总压以及雷诺数分别为 2.41、305 K、0.54 MPa 和 5.07×10^7 ;CD、HI 和 EF 为外推边界;DE、FG 和 GH 为无滑移绝热壁面边界。

随后进行了网格无关性验证,选择基于网格

数为 100 648 的网格得到的数值模拟结果与实验结果进行对比。图 4 给出了无量纲壁面压力 p/p_i 沿流向分布的对比图,图中 x 表示流向位置。由图可知,数值模拟得到的壁面压力沿程分布与实验结果基本吻合,说明本文采用的计算程序是准确的。

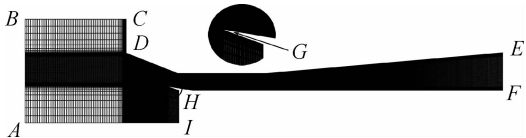
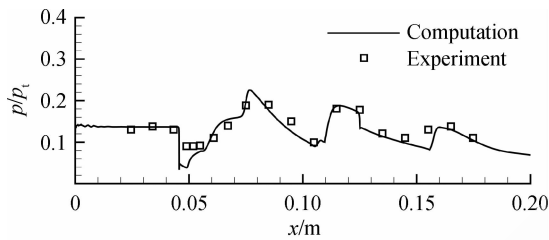
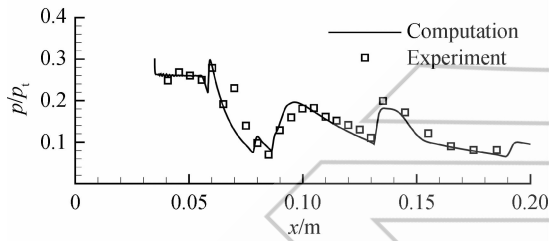


图 3 文献[23]中验证模型计算域与边界条件示意图
Fig. 3 Sketch of the computational domain and boundary conditions of the validation model used in Ref. [23]



(a) 上壁面



(b) 下壁面

图 4 壁面压力分布对比图

Fig. 4 Comparisons of wall pressure distributions

其次,选用 Izumi 等^[24]在激波风洞中进行的激波聚焦反射实验来验证该数值方法对于非定常计算的准确性。选取 $C=0.5$ 、运动激波马赫数为 1.5 的工况,图 5 给出了相应的计算域与边界条件。 AB 为远场边界,其来流马赫数、静温和静压分别为 0.604、396.1 K 和 248 290 Pa; BC 为对称边界; CD 、 DE 和 AF 为无滑移绝热壁面边界; EF 为压力出口边界,大小为 101 000 Pa。

图 6 给出了激波聚焦反射过程中不同时刻的实验纹影与数值模拟结果对比图,上半部分为实验纹影图,下半部分为数值纹影图。对比两者可以看出,数值模拟结果很好地捕捉到激波反射过程,流场结构符合好,进一步证明了该数值方法对非定常计算的准确性。

为验证本文计算所用网格的独立性,图 7 给出了基于网格数为 40 988、80 309 和 159 948 三种

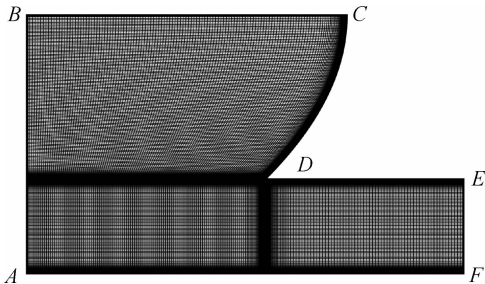


图 5 激波聚焦反射器计算域与边界条件示意图
Fig. 5 Sketch of the computational domain and boundary conditions of the shock focusing reflector

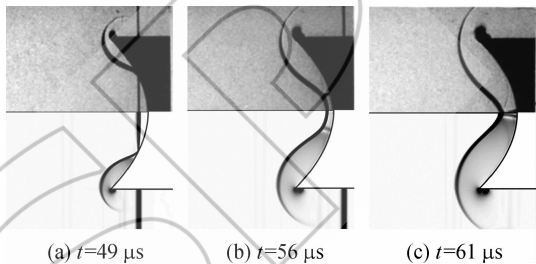


图 6 实验结果与数值模拟结果对比图

Fig. 6 Comparisons of experiment results with numerical simulation results

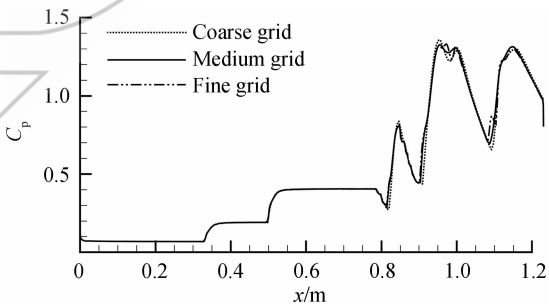


图 7 下壁面压力系数分布

Fig. 7 Distributions of bottom wall pressure coefficients

网格得到的下壁面压力系数 C_p 的分布。可以发现,基于 3 种网格数量得到的下壁面压力系数分布之间的差异较小。与基于网格数为 159 948 的网格得到的结果相比,基于网格数为 80 309 的网格得到的下壁面压力系数分布符合更好。因此,本文选用网格数为 80 309 的网格进行后续计算。

为验证非定常数值模拟选取的时间步长的无关性,图 8 给出了基于 3 种不同时间步长 Δt 得到的出口振荡静压的快速傅里叶变换结果。可以发现,基于时间步长 $\Delta t=10 \mu s$ 得到的出口静压振荡的幅值和频率与基于时间步长 $\Delta t=0.1 \mu s$ 得到的结果之间存在很大的差异,而基于时间步长 $\Delta t=1 \mu s$ 和 $\Delta t=0.1 \mu s$ 得到的出口静压振荡频率

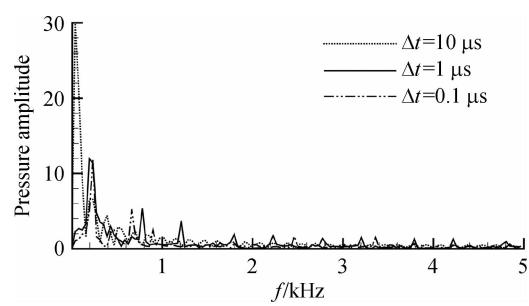


图 8 基于不同时间步长的出口静压的快速傅里叶变换
Fig. 8 Fast Fourier transforms of static pressures for using different time steps

和幅值基本一致。因此,本文选取时间步长 $\Delta t=1\mu\text{s}$ 开展相关研究。

2.2 快速预测方法验证

为验证基于模态分解方法发展的快速预测方法的准确性,选取上文提及的激波聚焦反射实验来进行验证。图 9 给出了实验结果与预测结果对

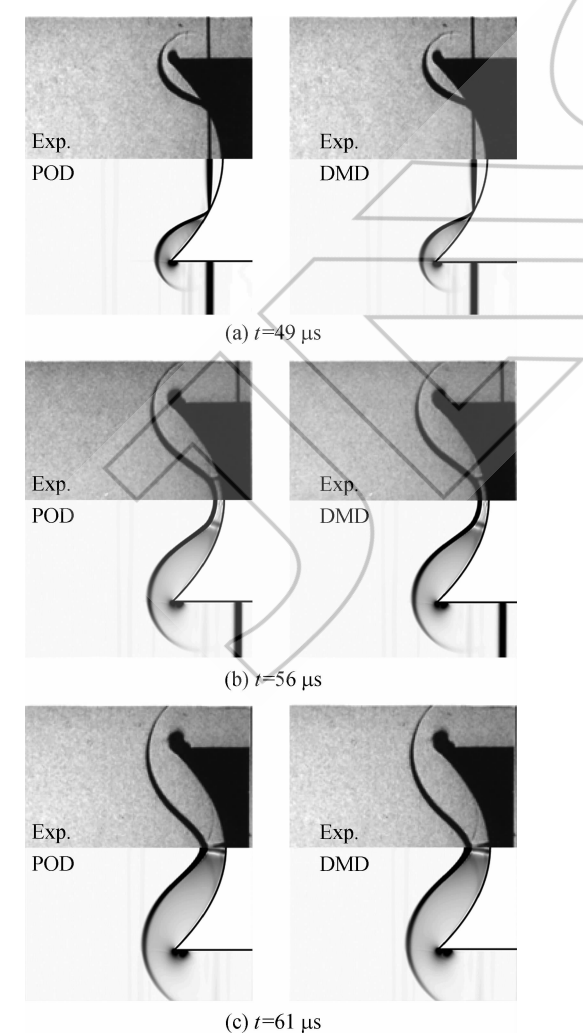


图 9 实验结果与预测结果对比图
Fig. 9 Comparisons of experiment results with prediction results

比图,上面部分为实验纹影图,下面部分为预测纹影图。可以发现,基于 POD 和 DMD 两种方法得到的流场预测结果与实验结果吻合度高,进一步说明本文发展的快速预测方法对于非定常流场演变特征捕捉的准确性与可行性。

3 结果与分析

图 10 给出了下壁面监控位置处压力系数 C_p 随时间的变化图,横坐标 t 表示时间。 $x=0.6, 0.7\text{m}$ 处压力系数不随时间变化; $x=0.8, 1.0, 1.1\text{m}$ 处压力系数随时间变化较大; $x=0.9, 1.2\text{m}$ 处压力系数随时间变化的幅度较小。由此可判断,该进气道在 100 倍反压的作用下,其流场呈现出振荡状态:在 $t=16.5\text{ms}$ 之前,流场处于振荡的建立阶段;在 $t=16.5\text{ms}$ 之后,流场处于振荡阶段。

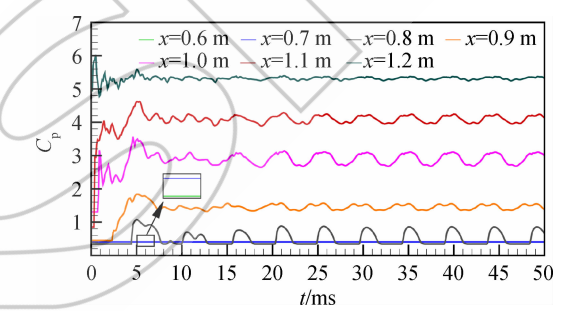
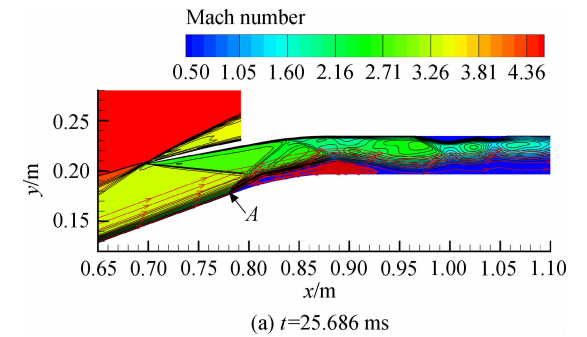


图 10 下壁面压力系数随时间变化图
Fig. 10 Histories of pressure coefficients at the bottom wall

图 11 给出了 $t=25.686\text{ms}$ 和 $t=28.044\text{ms}$ 的马赫数场,图中 y 表示垂直于流向的位置。前者为激波串运动到最前缘位置所对应的时刻,后者为激波串处于最下游位置时对应的时刻。结合图 10 可发现,邻近下壁面分离泡最上游位置 A 和最下游位置 B 的流场振荡较为明显,尤其是靠近激波串最上游位置的流场。

为进一步分析流场自激振荡机理,并基于采用计算流体力学(computational fluid dynamics, CFD)手段得到的非定常数据建立激波串振荡的



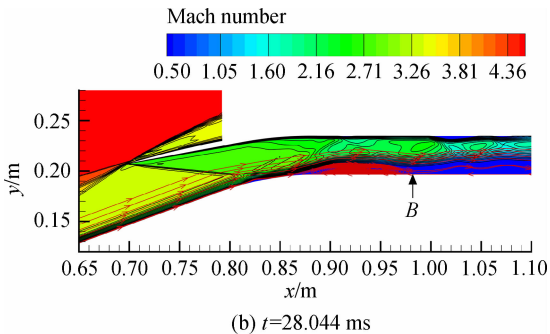


图 11 不同时刻的马赫数场

Fig. 11 Mach number fields at different moments

快速预测模型,选取 $t=25\sim45\text{ ms}$ 内的 100 个流场作为样本点,进行模态分解与快速预测研究。

3.1 自激振荡现象的 POD 分析

以马赫数场为例,图 12 给出了各阶 POD 模态能量 E 的分布。可以发现,随着模态阶数的增加,各阶模态所包含的能量 E 快速下降,直到模态阶数超过 10 时,各阶模态所包含的能量 E 趋于零。

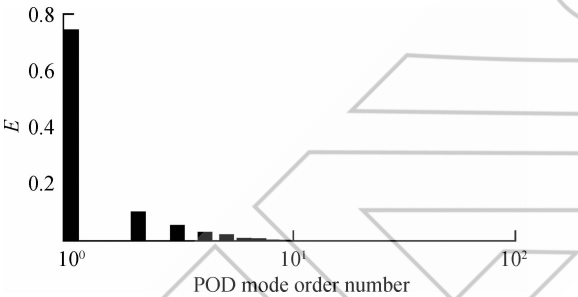


图 12 马赫数场各阶 POD 模态的能量图

Fig. 12 Energy as a function of POD mode of Mach number field

前 3 阶 POD 模态包含了 90% 以上的能量,图 13 给出了其对应的基系数 a 随时间的变化图。随着时间的增加,各阶基系数呈现出振荡形式,且第 1 阶基系数 a_1 的振幅远大于第 2 基系数 a_2 和第 3 阶基系数 a_3 的振幅。由此可见,前 3 阶 POD 模态反映了激波串振荡这一典型物理特征。

图 14 给出了数值模拟获得的下壁面 $x=1.0\text{ m}$ 处时变压力系数和 POD 模态分解获得的前 3 阶基系数的快速傅里叶变换结果的对比。可以发现,该进气道在 100 倍反压下产生的自激振荡为低频主导、多频耦合的复杂振荡形式,1 阶模态能够非常准确地捕捉流场的主振荡频率。

基于数值方法得到的流场振荡频率分布在较宽的频带上,其主频 f_1 大小为 234 Hz 。基于

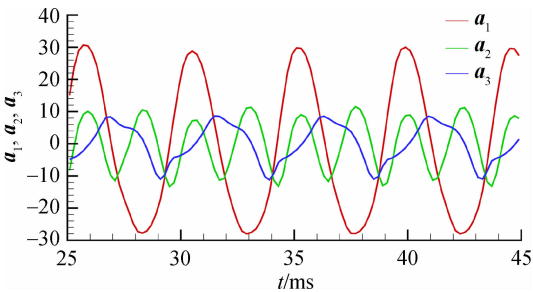
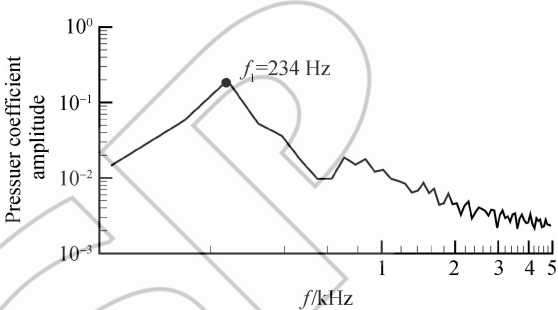
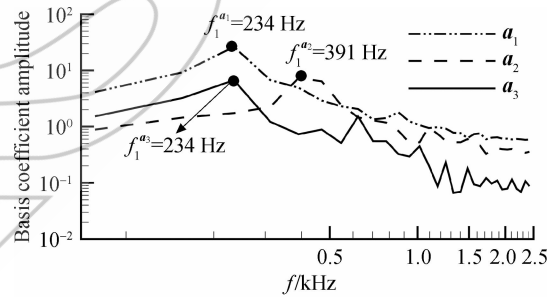


图 13 基系数随时间变化图

Fig. 13 Histories of basis coefficients



(a) 数值模拟方法



(b) POD方法

图 14 下壁面 $x=1.0\text{ m}$ 处压力系数和前 3 阶基系数的快速傅里叶变换

Fig. 14 Fast Fourier transforms of pressure coefficient at $x=1.0\text{ m}$ of bottom wall and the first 3-order basis coefficients

POD 方法得到的各阶基系数并不完全符合简谐特征,第 1 阶基系数的主频 f_1^a 和第 3 阶基系数的主频 f_3^a 均为 234 Hz ,第 2 阶基系数的主频 f_2^a 为 391 Hz 。因此,各阶模态重构得到的流场中包含多个频率对应的流场信息。此外,随着模态阶数的增加,该阶模态对应流场所包含的主要频率个数增加,流动也更加复杂。

3.2 基于 POD 的进气道振荡快速预测

为进一步观察 POD 方法对流场特征提取的效果,对 $t=35\text{ ms}$ 和 $t=43\text{ ms}$ (非样本点时刻)的马赫数场进行预测。首先,对流场预测误差 E_r 进行定义,见式(24)。

$$E_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (u_i - u_i^{\text{rom}})^2}{\sum_{i=1}^M u_i^2}} \tag{24}$$

式中 M 为网格节点总数; u_i 为第 i 个节点处的数值模拟结果; u_i^{rom} 第 i 个节点处的流场预测结果。

图 15 给出了 $t=35\text{ ms}$ 进气道外压缩段的数值模拟结果与预测结果的对比图。可以发现, 基于 1 阶 POD 模态构建的快速预测模型能够准确重构外压缩段的流场结构。又由图 11 得知, 流场振荡发生在 $x=0.75\text{ m}$ 的下游, 外压缩段流场不随时间发生变化。由此可见, 1 阶 POD 模态能够准确捕捉这种振荡特征。

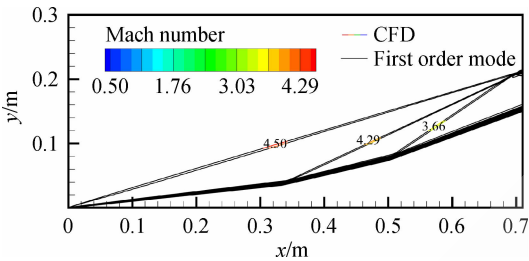
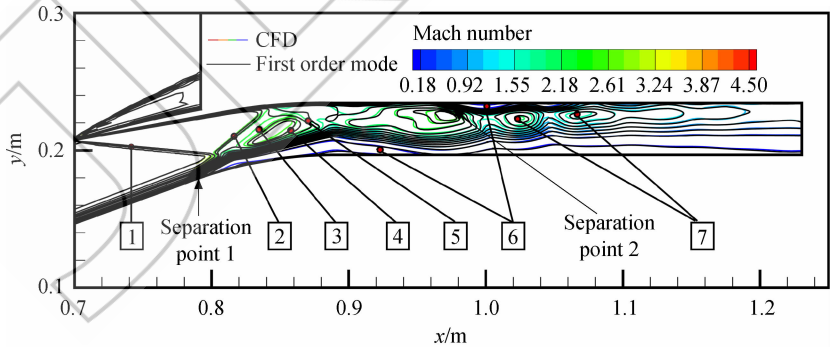


图 15 基于 POD 和 CFD 的外压缩段马赫数云图对比图($t=35\text{ ms}$)
Fig. 15 Comparisons of Mach number contours based on POD and CFD on the external compression section ($t=35\text{ ms}$)

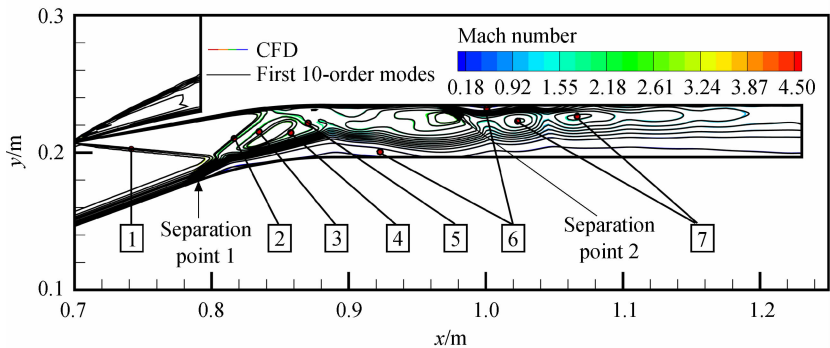
图 16 给出了 $t=35\text{ ms}$ 进气道内通道的数值模拟结果与预测结果的对比图。进气道内流道存在的主要流动结构包括唇口反射激波(标记 1), 反射激波(标记 2、5), 膨胀波扇(标记 3), 再附激波(标记 4), 分离泡(标记 6), 靠近上壁面的激波串结构(标记 7)以及上下壁面的分离点。可以发现, 随着 POD 模态数的增加, 基于两种方法得到的流场之间的差异越来越小; 采用前 20 阶 POD 模态构建的预测模型得到的流场结果与数值模拟结果几乎完全一致, 流场预测误差约为 0.1% 。

基于 1 阶 POD 模态构建的快速预测模型能够准确捕捉到唇口反射激波和分离泡结构; 采用前 10 阶 POD 模态构建的预测模型能够额外地准确复现膨胀波扇及再附激波等流场结构, 但反射激波以及激波串结构的预测结果与数值模拟结果之间存在微小差异; 基于前 20 阶 POD 模态构建的预测模型几乎完全复现流场所有结构。

图 17 给出了 $t=43\text{ ms}$ 进气道内通道马赫数等值线分布的预测结果与数值模拟结果的对比图。可以发现, 基于前 20 阶 POD 模态构建的预测模型得到的结果与全阶数值模拟结果几乎完全一致, 可精确捕获分离泡、激波、膨胀波扇等复杂流场结构, 流场预测误差为 0.16% 。



(a) 第1阶POD模态



(b) 前10阶POD模态

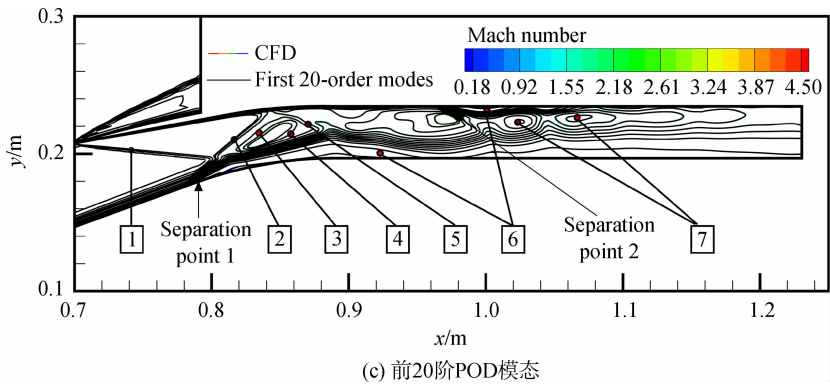


图 16 基于 POD 和 CFD 的内通道马赫数云图对比图($t=35\text{ ms}$)
Fig. 16 Comparisons of Mach number contours based on POD and CFD on the inner passage section ($t=35\text{ ms}$)

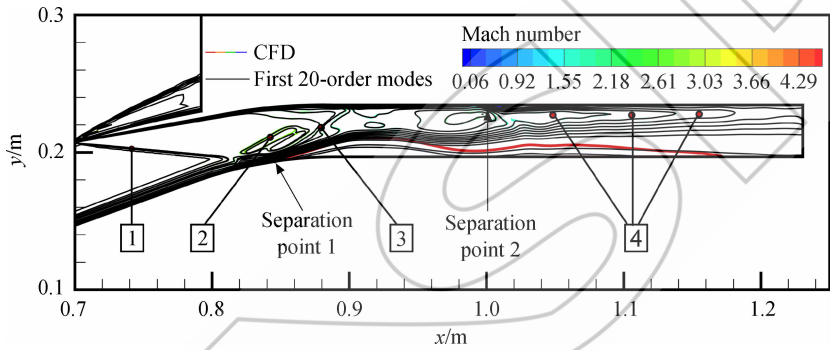


图 17 基于 POD 和 CFD 的内通道马赫数云图对比图($t=43\text{ ms}$)
Fig. 17 Comparisons of Mach number contours based on POD and CFD on the inner passage section ($t=43\text{ ms}$)

3.3 自激振荡现象的 DMD 分析

以马赫数场为例,图 18 给出了各阶 DMD 模态的特征值,其中横轴为实部(Re),纵轴为虚部(Im)。空心点表示在单位圆上或单位圆内,对应

稳定模态或周期模态;实心点表示在单位圆外,对应不稳定模态。可以发现,绝大部分特征值位于靠近单位圆的区域,其中不稳定模态只有 10 个,且呈现共轭出现,共计 5 组,为弱不稳定模态。

图 19 给出了模态振幅幅值 $|a|$ 与频率 f 之间的关系。随着频率的增加,幅值呈现下降趋势。这表明幅值大的模态主要是低频模态,其中幅值最大的模态对应频率为 0 Hz,为静止模态;幅值

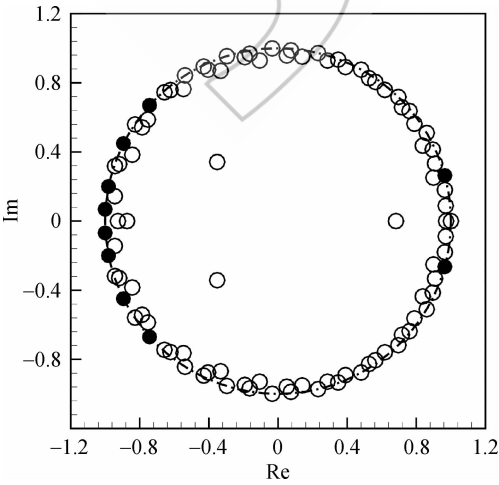


图 18 DMD 模态的特征值
Fig. 18 DMD mode eigenvalues

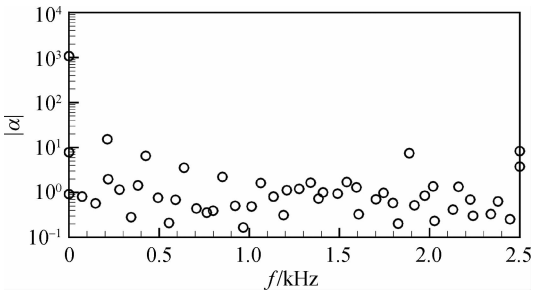


图 19 DMD 模态的幅值随频率的变化图
Fig. 19 Variation of amplitudes of DMD modes with frequencies

其次大的模式对应的频率为 213 Hz,接近于流场振荡主频 234 Hz。

3.4 基于 DMD 的进气道振荡快速预测

为进一步观察 DMD 方法对流场特征提取的效果,下面将给出 $t=35\text{ ms}$ 和 $t=43\text{ ms}$ (非样本点时刻)基于 DMD 方法的马赫数场预测结果。

图 20 给出了 $t=35\text{ ms}$ 进气道外压缩段的预测结果与数值模拟结果的对比图。由图可知,基于 1 阶 DMD 模式构建的预测模型能够捕捉进气道自激振荡的特征,准确描述出进气道 3 道激波的强度与位置。

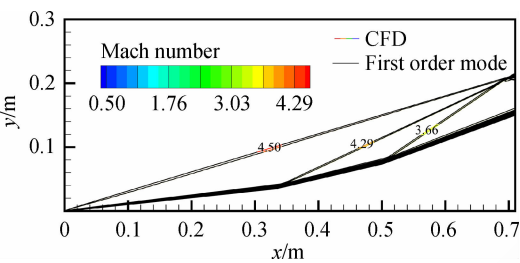


图 20 基于 DMD 和 CFD 的外压缩段马赫数云图对比图($t=35\text{ ms}$)

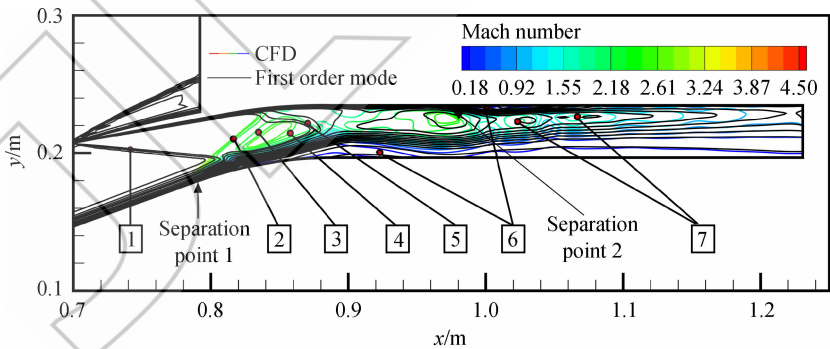
Fig. 20 Comparisons of Mach number contours based on DMD and CFD on the external compression section ($t=35\text{ ms}$)

图 21 给出了 $t=35\text{ ms}$ 进气道内通道的预测结果与数值模拟结果的对比图。基于 1 阶 DMD 模式构建的预测模型对内通道流场的预测效果较差,尤其是 $x=0.83\text{ m}$ 附近的波系结构。随着 DMD 模式数的增加,预测结果越接近数值模拟结果。采用前 20 阶 DMD 模式构建的预测模型得到的预测结果与数值模拟结果只存在细微差异。当 DMD 模式数增加到 55 阶时,预测结果几乎完全复现全阶流场结构,流场预测误差约为 0.1%。与图 16 相比,可以发现,在相同的预测误差下,基于 DMD 方法构建的快速预测模型需要更多的模式。

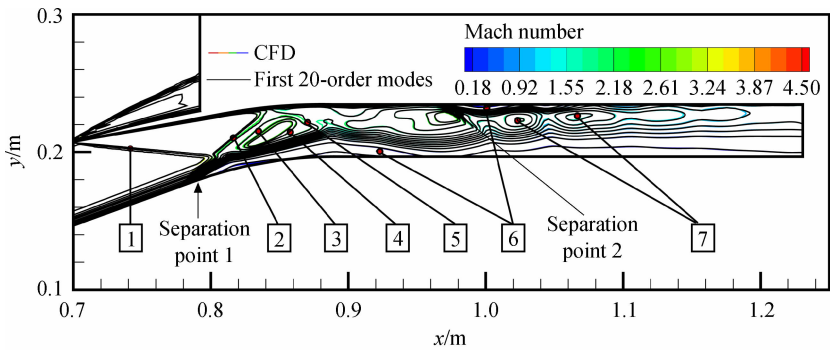
图 22 给出了 $t=43\text{ ms}$ 进气道内通道马赫数等值线分布的预测结果与数值模拟结果的对比图。可以发现,与全阶数值模拟得到的流场相比,前 55 阶 DMD 模式能够对流场结构进行准确预测,流场预测误差为 0.18%。

本文所涉及的样本点的数值模拟以及快速预测模型的建立是在不同的操作环境下完成的,表 1 给出了其相应设备的信息。

表 2 给出了获取 $t=35\text{ ms}$ 和 $t=43\text{ ms}$ 流场的基于 POD、DMD 和 CFD 三种方法的耗时。基于 POD 与 DMD 方法构建的预测模型的的耗时分别为 0.22 s 和 0.05 s,远远小于数值模拟耗时。



(a) 第1阶DMD模式



(b) 前20阶DMD模式

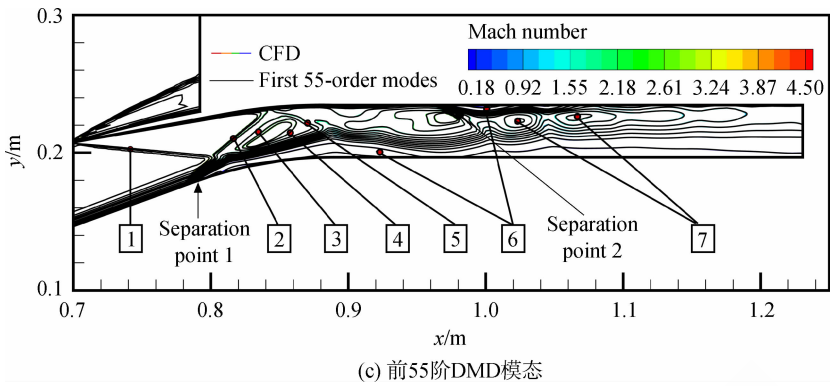


图 21 基于 DMD 和 CFD 的内通道马赫数云图对比图($t=35\text{ ms}$)
Fig. 21 Comparisons of Mach number contours based on DMD and CFD on the inner passage sections ($t=35\text{ ms}$)

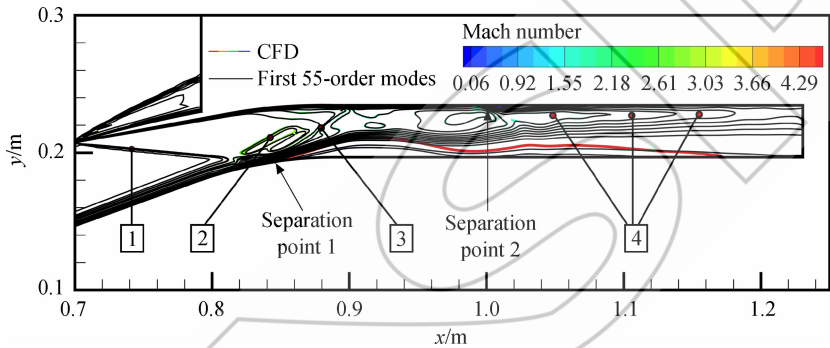


图 22 基于 DMD 和 CFD 的内通道马赫数云图对比图($t=43\text{ ms}$)
Fig. 22 Comparisons of Mach number contours based on DMD and CFD on the inner passage section ($t=43\text{ ms}$)

表 1 计算机规格

Table 1 Specifications of the computers

计算机规格	预测程序平台	非定常流场计算平台
处理器	3. 60(Intel)	2. 20(Intel)
频率/GHz		
操作环境	Windows	Linux
安装内存/GB	16. 0	62. 0
核数	1	20

表 2 基于 POD、DMD 和 CFD 的耗时对比

Table 2 Comparisons of consumed times based on POD, DMD and CFD

预测时刻	POD 耗时/s	DMD 耗时/s	CFD 耗时/h
$t=35\text{ ms}$	0. 22	0. 05	1. 13
$t=43\text{ ms}$	0. 22	0. 05	1. 14

4 结 论

本文对进气道隔离段内激波串自激振荡现象

进行了非定常数值模拟,并基于本征正交分解(POD)方法和动力学模态分解(DMD)方法对该现象进行分析,得到如下结论:

1) 本文进气道在 100 倍反压下发生的自激振荡现象是低频主导的、多频耦合的复杂运动形式。

2) POD 方法基于能量进行模态的提取,在快速预测模型的构建中,所需模态数少,流场重构效率高。

3) DMD 方法基于频率进行模态的提取,在快速预测模型的构建中,不需要嵌入代理模型,具有时空耦合优势。

4) 无论基于 POD 方法,还是基于 DMD 方法,均能准确建立激波串非定常振荡的快速预测模型,迅速精确地预测出非定常流场的下一步演变,且非样本点时刻对应的流场预测误差小于 0. 2%。

需要说明的是,本文是在进气道几何构型固定、来流及反压条件不变的工况下建立快速预

测模型,但对于其他工况下不同构型的进气道,本文方法仍然适用。

参考文献:

- [1] GNANI F, ZARE-BEHTASH H, KONTIS K. Pseudo-shock waves and their interactions in high-speed intakes[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2016, 82: 36-56.
- [2] HOU W, CHANG J, XIE Z, et al. Behavior and flow mechanism of shock train self-excited oscillation influenced by background waves[J]. *Acta Astronautica*, 2020, 166: 29-40.
- [3] 张海林, 周林, 高少杰, 等. 美国 X-51A 飞行器发展分析[J]. *飞航导弹*, 2014(9): 35-38.
- [4] IKUI T, MATSUO K, NAGAI M, et al. Oscillation phenomena of pseudo-shock waves[J]. *Bulletin of the JSME (Japan Society of Mechanical Engineers)*, 1974, 17(112): 1278-1285.
- [5] SU W Y, ZHANG K Y. Back-pressure effects on the hypersonic inlet-isolator pseudoshock motions[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2013, 29(6): 1391-1399.
- [6] 熊冰, 范晓樯, 王振国. 中心线偏置隔离段内激波串振荡特性[J]. *航空动力学报*, 2016, 31(7): 1669-1675.
XIONG Bing, FAN Xiaoqiang, WANG Zhenguo. Oscillation characteristics of shock train in deflected center-line isolator[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2016, 31(7): 1669-1675. (in Chinese)
- [7] XIONG B, FAN X Q, WANG Y, et al. Experimental study on self-excited and forced oscillations of an oblique shock train[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2018, 55(3): 640-647.
- [8] YAMANE R, KONDO E, TOMITA Y, et al. Vibration of pseudo-shock in straight duct; 1st report fluctuation of static pressure[J]. *Bulletin of JSME (Japan Society of Mechanical Engineers)*, 1984, 27(229): 1385-1392.
- [9] YAMANE R, TAKAHASHI M, SAITO H. Vibration of pseudo-shock in straight duct; 2nd report correlation of static pressure fluctuation[J]. *Bulletin of JSME (Japan Society of Mechanical Engineers)*, 1984, 27(229): 1393-1398.
- [10] SUGIYAMA H, TAKEDA H, ZHANG J, et al. Locations and oscillation phenomena of pseudo-shock waves in a straight rectangular duct[J]. *JSME (Japan Society of Mechanical Engineers) International Journal*, 1988, 31(1): 9-15.
- [11] WALTRUP P J, BILLIG F S. Structure of shocks waves in cylindrical ducts[J]. *AIAA Journal*, 1973, 11(10): 1404-1408.
- [12] 陈云, 苏伟仪, 王赫, 等. 变截面管内激波串的预测理论及其验证[J]. *航空动力学报*, 2018, 33(1): 131-136.
CHEN Yun, SU Weiyi, WANG He, et al. Prediction theory and validation of shock train in variable section duct[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2018, 33(1): 131-136. (in Chinese)
- [13] 寇佳庆, 张伟伟. 动力学模式分解及其在流体力学中的应用[J]. *空气动力学报*, 2018, 36(2): 163-179.
KOU Jiaqing, ZHANG Weiwei. Dynamic mode decomposition and its applications in fluid dynamics[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2018, 36(2): 163-179. (in Chinese)
- [14] LU K, JIN Y, CHEN Y, et al. Review for order reduction based on proper orthogonal decomposition and outlooks of applications in mechanical systems[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 123: 264-297.
- [15] JO T, KOO B, KIN H, et al. Effective sensor placement in a stream reformer using gappy proper orthogonal decomposition[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2019, 154: 419-432.
- [16] SIROVICH L, KIRBY M. Low-dimensional procedure for the characterization of human faces[J]. *Journal of the Optical Society of American: A Optics Image Science and Vision*, 1987, 4(3): 519-524.
- [17] 吴亚东, 李涛, 赖生智. POD 和 DMD 方法分析不同间隙压气机旋转不稳定性特性[J]. *航空动力学报*, 2019, 34(9): 2018-2026.
WU Yadong, LI Tao, LAI Shengzhi. Analysis of rotating instability characteristics in compressor with different tip-clearances by POD and DMD methods[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2019, 34(9): 2018-2026. (in Chinese)
- [18] 傅珏, 杨波, 钟芳源. 基于 POD 方法的跨声速轴流压气机转子叶顶间隙流场分析[J]. *航空动力学报*, 2019, 34(9): 2048-2055.
FU Jue, YANG Bo, ZHONG Fangyuan. Analysis of transonic axial compressor tip clearance flow field with POD method[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2019, 34(9): 2048-2055. (in Chinese)
- [19] BAKEWELL H P, LUMLEY J L. Viscous sublayer and adjacent wall region in turbulent pipe flow[J]. *The Physics of Fluids*, 1967, 10(9): 1880-1889.
- [20] MAININI L, WILLCOX K. Surrogate modeling approach to support real-time structural assessment and decision-making[J]. *AIAA Journal*, 2015, 53(6): 1612-1626.
- [21] SIROVICH L. Turbulence and the dynamics of coherent structures; Part I coherent structures[J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1987, 45(3): 561-571.
- [22] SCHMID P J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, 656: 5-28.
- [23] REINARTZ B. U, HERRMANN C. D, BALLMANN J, et al. Aerodynamic performance analysis of a hypersonic inlet isolator using computation and experiment[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2003, 19(5): 868-875.
- [24] IZUMI K, ASO S, NISHIDA M. Experimental and computational studies focusing processes of shock waves reflected from parabolic reflectors[J]. *Shock Waves*, 1994, 3: 213-222.